

Level Berpikir Probabilistik Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Menyelesaikan Masalah Distribusi Peluang Gabungan

Siti Faizah^{1✉}, Nihayatus Sa'adah², Moh. Zayyadi³

^{1, 2}Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan, Universitas Hasyim Asy'ari
³Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Madura
Jl. Irian Jaya No. 55 Tebuireng Jombang, Indonesia
faizah.siti91@gmail.com

Abstract

Teacher candidate students need to have probabilistic thinking skill because they will teach their students about the probabilistic concepts. The probabilistic thinking skill can be observed through (categorized to be) four level: subjective, transitional, quantitative informal, and numerical. The aim of this study is exploring the probabilistic thinking level of teacher candidate students in solving the joint probability distribution problem. The study subjects are two high mathematical capability, one medium mathematical capability, and one low mathematical capability students of Mathematics Education Departement that taking Mathematical Statistic course. The collecting data is held by using test and interview to explore the probabilistic thinking level. The study result showed that the probabilistic thinking process of high mathematical capability is on level 4. It is showed from the capability to construct the member of the sample space by using the certain pattern and the conditions on the definition. The probabilistic thinking process of medium mathematical capability is on level 2. It is showed from the capability to construct the member of the sample space by using the pattern and notation and the incapability to determine the combined probability distribution. However, the probabilistic thinking process of low mathematical capability is on level 1. It is showed from the capability to construct the member of the sample space by listing without using the certain pattern or notation.

Keywords: Probabilistic thinking, mathematics teacher candidate, joint probability distribution

Abstrak

Mahasiswa calon guru matematika perlu memiliki kemampuan berpikir probabilistik karena akan mengajarkan konsep-konsep probabilistik kepada para siswa. Kemampuan berpikir probabilistik mahasiswa dapat diamati melalui empat level, yakni: level 1 (*subjective*), level 2 (*transitional*), level 3 (*quantitative informal*), dan level 4 (*numerical*). Oleh karena itu tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengeksplorasi level berpikir probabilistik mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah distribusi peluang gabungan. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa prodi pendidikan matematika yang sedang menempuh mata kuliah statistik matematika dengan kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah. Teknik yang digunakan untuk mengumpulkan data penelitian adalah tes tertulis dan wawancara untuk mengetahui level berpikir probabilistik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa proses berpikir probabilistik mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi masuk pada level 4, hal ini terlihat dari kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi anggota ruang sampel dengan menggunakan pola tertentu serta menggunakan syarat-syarat yang terdapat pada definisi. Adapun mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang masuk dalam level 2, terlihat dari kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi anggota ruang sampel dengan menggunakan pola dan notasi namun tidak dilanjutkan dengan penentuan distribusi peluang gabungannya. Sedangkan mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah masuk dalam level 1, hal ini terlihat dari kemampuan mahasiswa dalam mengonstruksi anggota ruang sampel tanpa menggunakan pola atau notasi tertentu. Pada level ini, subjek menentukan anggota ruang sampel dengan cara mendaftar.

Kata kunci: Berpikir Probabilistik, Calon Guru Matematika, Distribusi Peluang Gabungan,

Copyright (c) 2022 Siti Faizah, Nihayatus Sa'adah, Moh. Zayyadi

✉ Corresponding author: Siti Faizah

Email Address: faizah.siti91@gmail.com (Jl. Irian Jaya No. 55 Tebuireng Jombang, Indonesia)

Received 17 July 2022, Accepted 19 September 2022, Published 19 April 2023

DoI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v7i2.1674>

PENDAHULUAN

Berpikir dan bernalar merupakan salah satu aspek yang terkait dengan kognitif seseorang. Berpikir dapat diartikan dengan menganalisis dan mengolah informasi yang terjadi di otak ketika

seseorang menyelesaikan permasalahan (Shodiqin et al., 2021). Kemampuan berpikir seseorang dapat dipengaruhi oleh pengalaman atau kerangka teori yang diterima di sekolah maupun di tempat lain (Madawistama et al., 2022). Istilah berpikir probabilistik digunakan untuk menggambarkan pemikiran mahasiswa dalam menanggapi berbagai kemungkinan masalah yang terkait dengan probabilistik (Groth et al, 2019). Berpikir probabilistik dikategorikan sebagai berpikir tingkat tinggi yang dapat diamati melalui empat level (Taram, 2017). Pemikiran mahasiswa dalam menyelesaikan masalah probabilistik dikategorikan dalam level berpikir yang berbeda-beda. Ada yang mampu menginterpretasikan secara kualitatif maupun kuantitatif, serta mampu membandingkan peluang dua kejadian (Mahyudi, 2017).

Probabilistik merupakan cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang kemungkinan terjadinya suatu percobaan. Probabilistik dapat diartikan sebagai kemungkinan, harapan, prediksi atau peluang suatu kejadian (Pfannkuch et al., 2016). Berpikir probabilistik dapat diartikan sebagai aktivitas mental dalam menyelesaikan permasalahan yang memuat unsur ketidakpastian (Sari, 2015). Dalam masalah probabilistik memuat suatu ketidakmungkinan yang terjadi secara acak berdasarkan hasil percobaan. Seorang mahasiswa dapat melakukan berpikir probabilistik yang ditandai dengan mengonstruksi anggota ruang sampel dengan menggunakan pola atau notasi tertentu (Hodiyanto & Oktaviana, 2018).

Terdapat enam konstruksi utama dalam berpikir probabilistik, yakni: mengonstruksi ruang sampel, peluang suatu kejadian, peluang perbandingan, peluang bersyarat, peluang satu kejadian dan peluang dua kejadian (Jones et al, 1999; Shodiqin et al, 2021). Dalam berpikir probabilistik terdapat empat level berpikir, yakni: level 1 (*subjective*), level 2 (*transitional*), level 3 (*quantitative informal*), dan level 4 (*numerical*) (Hodiyanto & Oktaviana, 2018; Jones et al, 1999; Taram, 2016). Pada level 1 pemikiran siswa terikat pada alasan subjektif, level 2 adalah masa transisi antara berpikir subjektif dengan berpikir kuantitatif yang dicirikan dengan pemikiran siswa yang selalu berubah-ubah ketika mengkuantitatifkan peluang, level 3 ditunjukkan dengan adanya strategi generatif yang dilakukan siswa dalam mengonstruksi ruang sampel dan peluang, level 4 siswa mampu mendeskripsikan peluang suatu kejadian secara numerik maupun simbolik (Taram, 2016). Kemampuan berpikir probabilistik siswa maupun mahasiswa dapat ditingkatkan melalui empat fase, yakni: konsep klasik, frekuensi atau fase konsep empiris, fase konsep subjektivitas, dan fase konsep aksiomatik atau formal (Nacarato & Grando, 2014).

Mahasiswa program studi pendidikan matematika merupakan calon guru matematika yang nantinya akan mengajarkan konsep-konsep probabilistik kepada para siswa. Oleh karena itu, penting bagi mahasiswa untuk dapat memahami konsep-konsep tersebut agar mampu menggunakan penalarannya dalam menyelesaikan masalah matematika. Salah satu mata kuliah di program studi pendidikan matematika yang memuat konsep-konsep probabilistik adalah mata kuliah statistik matematika. Pada mata kuliah ini, konsep-konsep probabilistik diwujudkan dalam kemampuan bernalar untuk menyelesaikan setiap permasalahan. Akan tetapi, kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa tidak semua mahasiswa dapat melakukan hal tersebut. Pengalaman mahasiswa dalam menyelesaikan

masalah probabilistik menjadi faktor dominan yang dapat mendasari pola berpikirnya (Pfannkuch et al., 2016).

Hasil penelitian terdahulu menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan ketika menyelesaikan masalah probabilistik. Kesulitan ini terletak pada kesalahan dalam bernalar karena adanya miskonsepsi (Hirsch & O'Donnell, 2001). Lebih lanjut, Mahyudi (2017) mengatakan bahwa kesulitan yang paling sering dialami mahasiswa pendidikan matematika adalah ketika menyelesaikan masalah peluang, terutama masalah kombinasi dan permutasi. Pada dasarnya kesulitan-kesulitan tersebut dapat diidentifikasi melalui level berpikir probabilistik. Hasil penelitian Hodiyanto & Oktaviana (2018) menunjukkan bahwa level berpikir probabilistik mahasiswa dapat dipengaruhi oleh gender. Sedangkan Taram (2017) menyebutkan bahwa level berpikir probabilistik juga dipengaruhi oleh gaya belajar seseorang, sehingga dari level tersebut dapat diketahui tingkat kesulitan yang dialami siswa ketika memahami atau menyelesaikan masalah probabilistik.

Berdasarkan hasil penelitian terdahulu dapat diketahui bahwa salah satu permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam menyelesaikan masalah probabilistik adalah ketika dihadapkan pada masalah kombinasi untuk menentukan ruang sampel. Kemampuan mahasiswa dalam melakukan proses berpikir untuk menyelesaikan masalah kombinasi dapat diketahui dari level berpikir probabilistiknya. Oleh karena itu penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi level berpikir mahasiswa calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah probabilistik terkait distribusi peluang gabungan. Eksplorasi terhadap level berpikir probabilistik mahasiswa dianalisis berdasarkan empat level, yakni: level 1 (*subjective*), level 2 (*transitional*), level 3 (*quantitative informal*), dan level 4 (*numerical*).

METODE

Penelitian ini termasuk dalam penelitian kualitatif karena bertujuan untuk mengeksplorasi dan mendeskripsikan level berpikir probabilistik mahasiswa. Penelitian ini dilakukan kepada tiga belas mahasiswa program studi pendidikan matematika Universitas Hasyim Asy'ari yang sedang menempuh mata kuliah statistik matematika. Subjek dipilih berdasarkan tingkat kemampuan matematika tinggi, sedang, dan rendah serta kemampuan komunikasi verbal yang baik.

Data pada penelitian ini dikumpulkan melalui tes masalah probablistik sub pokok bahasan distribusi peluang gabungan dengan variabel random diskrit. Pengumpulan data juga dilakukan melalui wawancara yang berfungsi untuk mengeksplorasi lebih dalam mengenai proses berpikir mahasiswa berdasarkan level berpikir probabilistiknya.

Analisis data pada penelitian ini menggunakan teknik analisis data penelitian kualitatif yang meliputi: reduksi data, pemaparan data, dan penarikan simpulan (Creswell, 2014). Reduksi data dilakukan dengan cara memilih dan mengklasifikasikan data yang sesuai dengan tujuan penelitian. Data yang tidak sesuai dengan tujuan penelitian dapat dipertimbangkan menjadi temuan. Pemaparan data adalah menyajikan data yang telah direduksi secara deskriptif berdasarkan hasil tes dan wawancara. Setelah itu dilakukan penarikan simpulan.

Analisis data juga dilakukan dengan memperhatikan empat level berpikir probabilistik mahasiswa dalam menyelesaikan masalah distribusi peluang gabungan yang diadopsi dari Hodiyanto & Oktaviana (2018). Keempat level tersebut disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Pedoman Level Berpikir Probabilistik

Level	Proses Bepikir	
Level 1 (<i>Subjective</i>)	Ruang Sampel: Mengonstruksi titik sampel dengan tidak menggunakan pola	Distribusi Gabungan: - Menentukan distribusi peluang gabungan tidak berdasarkan definisi - Tidak menentukan distribusi peluang gabungan
Level 2 (<i>Transitional</i>)	Ruang Sampel: - Membuat sketsa diagram pohon atau secara langsung untuk menentukan ruang sampel - Menentukan anggota ruang sampel dengan menggunakan pola atau notasi	Distribusi Gabungan: - Mensubstitusikan semua titik ke dalam bentuk pola - Menggunakan kombinasi untuk menentukan ruang sampel berdasarkan pola yang terbentuk
Level 3 (<i>Quantitative Informal</i>)	Ruang Sampel: - Menuliskan semua titik yang akan menjadi anggota ruang sampel - Menuliskan pola atau notasi untuk menentukan ruang sampel	Distribusi Gabungan: - Menggunakan pola untuk menentukan distribusi peluang gabungan - Menggunakan kombinasi berdasarkan pola yang terbentuk
Level 4 (<i>Numerical</i>)	Ruang Sampel: - Menuliskan pola dalam bentuk formula - Menggunakan pola atau notasi untuk menentukan anggota ruang sampel	Distribusi Gabungan: - Menggunakan kombinasi untuk menentukan ruang sampel berdasarkan formula - Membuat tabel distribusi peluang gabungan berdasarkan hasil kombinasi - Menjumlahkan kolom - Menjumlahkan baris - Memperoleh hasil 1 dari masing-masing penjumlahan

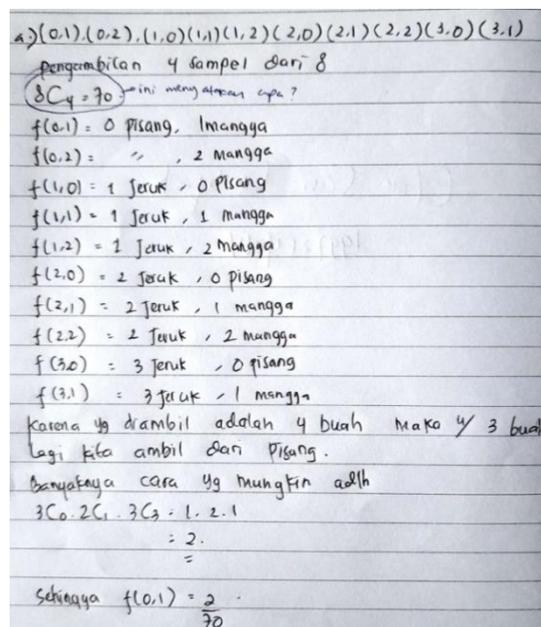
HASIL DAN DISKUSI

Pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan teknik tes dan wawancara kepada mahasiswa yang akan bertindak sebagai subjek penelitian. Dari hasil tes tertulis diperoleh lima mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi, empat mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang, dan empat mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah. Setiap jenis kemampuan mahasiswa tersebut memiliki jawaban yang sama sehingga perlu dipilih mahasiswa yang mempunyai kemampuan komunikasi verbal yang bagus untuk proses wawancara. Dari hasil pemilihan diperoleh dua mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi, satu mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang, dan satu mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah. Keempat mahasiswa tersebut menjadi subjek penelitian.

Hasil tes menunjukkan bahwa subjek dengan kemampuan matematika tinggi lebih dominan masuk ke level 3 dan 4. Sedangkan subjek dengan kemampuan matematika sedang masuk pada level 2, dan subjek dengan kemampuan matematika rendah masuk pada level 1. Subjek dengan kemampuan matematika tinggi menyelesaikan soal dengan cara menentukan ruang sampel terlebih dahulu kemudian menentukan distribusi peluang gabungan. Sedangkan subjek dengan kemampuan matematika rendah dan sedang hanya menentukan ruang sampel tetapi caranya berbeda. Adapun paparan dari masing-masing level berpikir subjek adalah sebagai berikut:

Subjek S1

Subjek S1 adalah mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah. Subjek S1 masuk dalam level 1 karena ia menyelesaikan tes dengan cara mengonstruksinya banyaknya titik sampel dari setiap pengambilan buah berdasarkan jenisnya. Subjek S1 mengatakan bahwa cara mengambil empat buah secara acak dari delapan buah yang ada dapat ditentukan dengan menggunakan kombinasi berupa: $C_4^8 = 70$. Subjek S1 mengonstruksi anggota kejadian dari pengambilan buah tanpa menggunakan pola tertentu karena ia menuliskan secara rinci jenis buah yang diambil. Adapun hasil konstruksi S1 adalah: $f(0, 1)$ yang menyatakan 0 pisang dan 1 mangga, $f(0, 2)$ menyatakan 0 pisang dan 2 mangga, dan seterusnya seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Hasil Pekerjaan Subjek S1

Subjek S1 menyebutkan bahwa tiga buah yang diambil secara acak berikutnya adalah pisang karena ia berasumsi bahwa jeruk tidak mungkin terambil sehingga kombinasi yang digunakan adalah C_0^3 . Subjek S1 menganggap bahwa buah yang mungkin terambil adalah mangga dan pisang sehingga menggunakan C_1^2 dan C_3^3 . Dari hasil konstruksi tersebut, kemudian subjek S1 mengoperasikan tiga bentuk kombinasi untuk menyatakan banyaknya cara dalam mengambil empat buah dari tiga jenis buah secara acak, yakni $C_0^3 \cdot C_1^2 \cdot C_3^3 = 1 \cdot 2 \cdot 1 = 2$ sehingga diperoleh $f(0, 1) = \frac{2}{70}$.

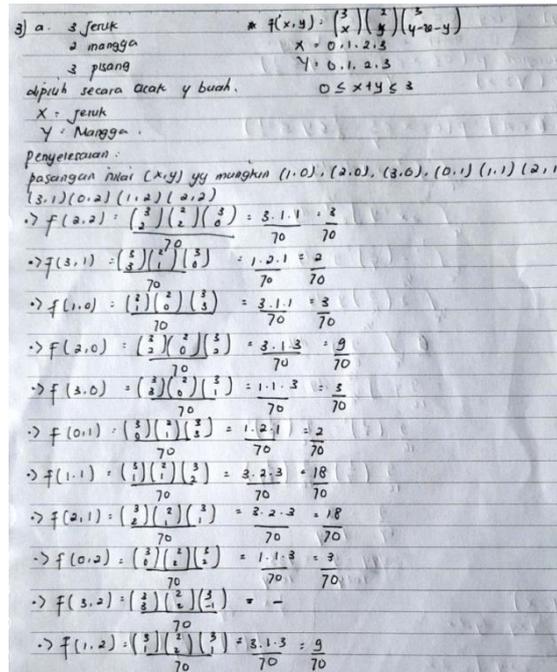
Berdasarkan hasil pekerjaan subjek S1 menunjukkan bahwa hasil pekerjaannya tidak tepat karena ia menguraikan secara detail anggota ruang sampel berdasarkan jenis buah atau tanpa menggunakan pola tertentu. Subjek S1 juga tidak menentukan distribusi peluang gabungan dari x dan y karena ia menganggap bahwa $f(0,1) = \frac{2}{70}$ sudah merupakan distribusi peluang gabungan yang diperoleh dari hasil kombinasi $f(x,y)$.

Subjek S2

Subjek S2 merupakan mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang yang masuk dalam level 2 karena ia mengatakan bahwa cara menentukan anggota ruang sampel dapat dilakukan melalui diagram pohon atau secara langsung. Dalam hal ini S2 menggunakan cara langsung yakni menuliskan pasangan berurutan (x,y) yang mungkin terambil.

Berdasarkan hasil wawancara diketahui bahwa S2 hanya menguraikan nilai x dan y kemudian menentukan ruang sampel dengan menggunakan pola tertentu berupa $f(x,y) = \binom{3}{x} \binom{2}{y} \binom{3}{4-x-y}$. Pola tersebut dibentuk berdasarkan informasi yang terdapat pada soal yakni sebanyak x jeruk diambil dari tiga jeruk yang ada, dan y mangga diambil dari dua mangga yang ada. Ia menyebutkan bahwa terdapat empat kemungkinan untuk bilangan x yaitu 0, 1, 2, 3 serta empat kemungkinan untuk bilangan y yaitu 0, 1, 2, dan 3 sehingga dapat ditulis $x = \{0,1,2,3\}$ dan $y = \{0,1,2,3\}$. Dari jawaban S2 diketahui bahwa jawabannya tidak tepat karena banyaknya mangga (y) adalah 2, seharusnya S2 menuliskan $y = \{0,1,2\}$. Selanjutnya, ketika subjek S2 membuat pasangan berurutan (x,y) , ia mengatakan bahwa pasangan buah yang tidak mungkin terjadi adalah $(3,2)$, $(2,3)$, dan $(0,0)$ karena perintah di soal disuruh mengambil empat buah secara acak. Dalam hal ini x menyatakan banyaknya buah jeruk dan y menyatakan banyaknya buah mangga. Misal $(0,3)$ ini menyatakan sebanyak nol jeruk dan tiga mangga yang terambil, namun hal tersebut bertentangan dengan perintah di soal yang menyatakan bahwa terdapat empat buah yang terambil secara acak. Oleh karena itu, subjek S2 menambahkan satu pisang sehingga tepat empat buah yang diambil.

Berdasarkan hasil eksplorasi kepada subjek S1 dan S2 dapat diketahui bahwa tidak semua mahasiswa dapat melakukan berpikir probabilistik sampai pada level tertinggi atau level 4. Mahasiswa yang masuk dalam level 1 dan 2 masih kesulitan jika dihadapkan pada masalah probabilistik yang membutuhkan penalaran. Hal tersebut berdampak pada ketidakmampuan mahasiswa dalam menggunakan pola atau notasi tertentu ketika menyelesaikan masalah probabilistik melalui berpikir secara logis (Pfannkuch et al., 2016). Hal ini sejalan dengan hasil penelitian Mahyudi (2017) yang menyebutkan bahwa mahasiswa kurang mampu bernalar ketika dihadapkan pada masalah permutasi dan kombinasi.

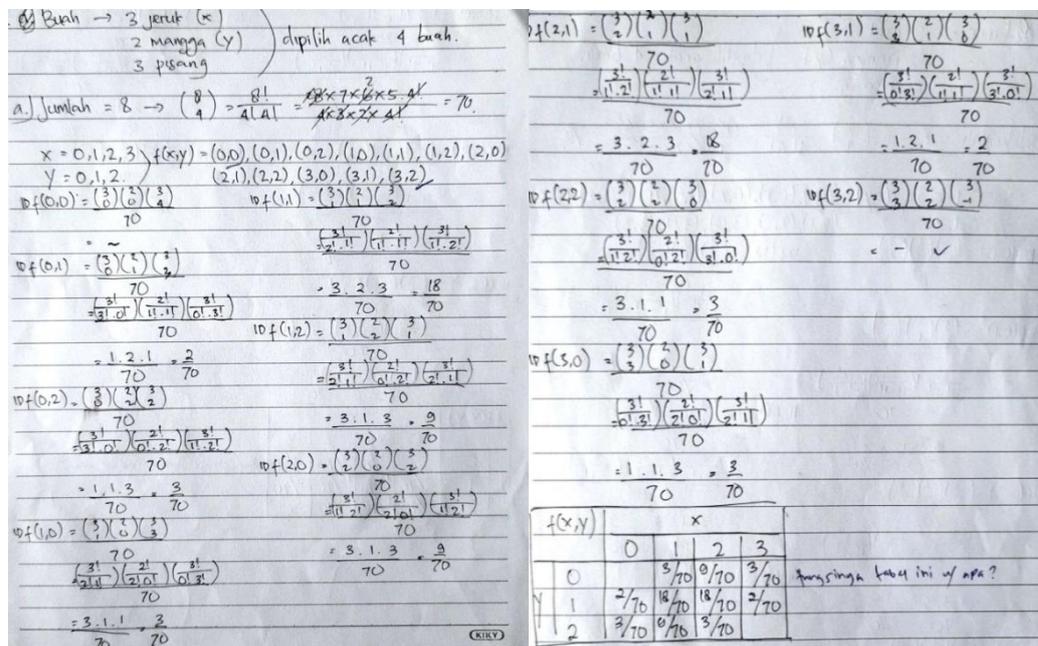


Gambar 2. Hasil Pekerjaan Subjek S2

Subjek S3

Subjek S3 merupakan mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi. Subjek ini masuk dalam level 4 karena ia mampu menuliskan anggota ruang sampel dengan menggunakan pola, serta mampu menentukan distribusi peluang gabungan. Subjek S3 menentukan anggota ruang sampel dengan menggunakan $x = \{0,1,2,3\}$ dan $y = \{0,1,2\}$ dimana x menyatakan kemungkinan terambilnya buah jeruk, dan y kemungkinan terambilnya buah mangga. Setelah itu subjek S3 menuliskan pasangan titik sampel dalam bentuk: $(x, y) = (0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1),$

$(3, 2)$ seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Hasil Pekerjaan Subjek S3

Subjek S3 menggunakan pola berbentuk $f(x, y) = \frac{\binom{3}{x}\binom{2}{y}\binom{3}{4-x-y}}{\binom{8}{4}}$ kemudian mensubstitusikan

masing-masing anggota ruang sampel ke dalam pola tersebut untuk menentukan distribusi peluang gabungan. Akan tetapi subjek S3 tidak menuliskan secara langsung bentuk formal dari pola yang digunakan, ia secara spontan mensubstitusikan masing-masing pasangan anggota ruang sampel ke dalam pola tersebut karena ia sudah memahami cara penggunaannya.

Keseluruhan anggota ruang sampel tersebut diperoleh dari kemungkinan banyaknya buah jeruk (x) dan buah mangga (y) yang terambil. Selanjutnya subjek S3 menentukan peluang setiap anggota ruang sampel menggunakan fungsi $f(x, y)$, dengan pengecualian untuk pasangan $(0,0)$ dan $(3,2)$. Hal tersebut dikarenakan titik $(0,0)$ menyatakan banyaknya buah jeruk dan buah mangga yang terambil adalah 0, sehingga buah yang mungkin terambil adalah empat pisang. Akan tetapi, hal ini bertentangan dengan informasi yang terdapat di soal yang menyebutkan bahwa hanya ada tiga buah pisang sehingga titik sampelnya memiliki peluang nol untuk terpilih. Kemudian peluang untuk titik sampel $(3,2)$ juga sama dengan nol karena titik tersebut menyatakan ada tiga jeruk dan dua mangga, sehingga hal ini bertentangan dengan informasi di soal yang menyebutkan bahwa hanya empat buah saja yang perlu diambil. Penjelasan tersebut diperoleh dari proses wawancara yang dilakukan kepada subjek S3.

Selanjutnya, subjek S3 menyajikan peluang masing-masing titik sampel dalam bentuk tabel seperti pada Gambar 3. Penyajian dalam bentuk tabel tersebut digunakan untuk mempermudah dalam menentukan distribusi peluang gabungan. Dalam menentukan distribusi peluang gabungan, subjek S3 berpedoman pada definisi yang menyebutkan bahwa: fungsi $f(x, y)$ adalah distribusi peluang gabungan pada variabel random diskret X dan Y bila:

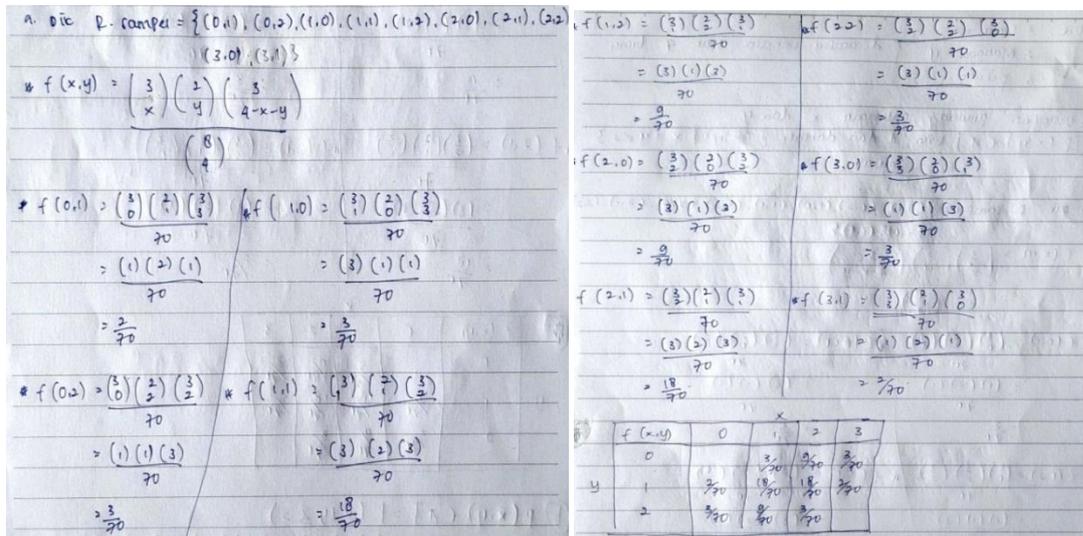
- $f(x, y) \geq 0$ untuk semua (X, Y)
- $\sum_x \sum_y f(x, y) = 1$
- $P(X = x, Y = y) = f(x, y)$ (Walpole, 1995)

Pada saat wawancara, subjek S3 mengatakan bahwa syarat pertama pada definisi telah terpenuhi, hal ini dapat diketahui dari isian yang terdapat pada tabel (Gambar 3) di mana semua nilainya lebih besar atau sama dengan nol. Selanjutnya, untuk syarat kedua dan ketiga, subjek S3 tidak menuliskan secara langsung di lembar jawabannya tetapi hal itu muncul saat digali lebih dalam melalui wawancara. Subjek S3 menyebutkan bahwa jumlah masing-masing baris dan kolom pada tabel adalah 1.

Subjek S4

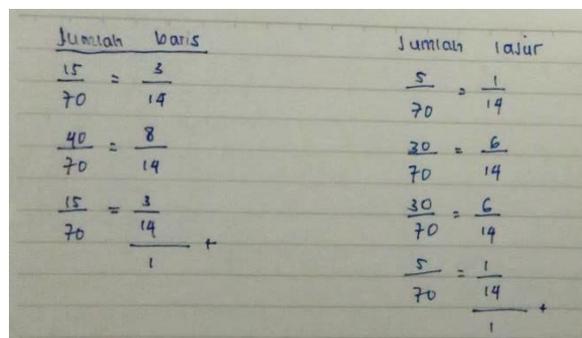
Subjek S4 merupakan mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi yang masuk dalam level 4. Subjek S4 menentukan anggota ruang sampel dengan cara menguraikan elemen x dan y secara rinci yang berupa kemungkinan $x = \{0,1,2,3\}$ dan $y = \{0,1,2\}$. Elemen-elemen tersebut diperoleh dari informasi yang terdapat di soal yang menyatakan bahwa banyaknya jeruk (x) adalah 3 dan banyaknya mangga (y) adalah 2. Dari kedua elemen x dan y diperoleh ruang sampel berupa: $\{(0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2), (3,0), (3,1)\}$. Subjek S4 mampu membentuk pola yang dituliskan secara formal dari peluang terpilihnya empat buah secara acak dari buah-buahan yang ada, pola tersebut

berupa: $f(x, y) = \frac{\binom{3}{x} \binom{2}{y} \binom{3}{4-x-y}}{\binom{8}{4}}$. Selanjutnya, subjek S4 mensubstitusikan setiap pasangan anggota ruang sampel ke dalam formula tersebut seperti yang terlihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Hasil Pekerjaan S4

Berdasarkan hasil perhitungan peluang masing-masing anggota ruang sampel, diketahui bahwa setiap nilai dari peluang lebih dari atau sama dengan nol. Hal ini menunjukkan bahwa syarat pertama yang terdapat pada definisi distribusi peluang gabungan telah terpenuhi. Subjek S4 menyajikan peluang masing-masing anggota ruang sampel dalam bentuk tabel untuk mempermudah perhitungan terkait syarat kedua dan ketiga pada definisi. Subjek S4 menjumlahkan isian setiap baris dan setiap kolom pada tabel kemudian diperoleh hasilnya sama dengan 1 (Gambar 5). Subjek S4 menyebutkan bahwa hasil pekerjaannya telah memenuhi semua syarat yang terdapat pada definisi distribusi peluang gabungan dengan variabel random diskrit.



Gambar 5. Penjumlahan isi tabel

Hasil eksplorasi kepada subjek S3 dan S4 menunjukkan bahwa mahasiswa mampu mengidentifikasi konsep yang akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Konsep yang tersebut berupa definisi distribusi peluang gabungan yang telah dipelajari. Hal ini sejalan dengan pendapat Dobrin & Shcherbatykh (2021) yang menyatakan bahwa level tertinggi dalam berpikir probabilistik adalah ketika mahasiswa mampu mengidentifikasi sifat-sifat dari suatu objek atau konsep

secara abstrak untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Kemudian dari konsep-konsep tersebut digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam bentuk pola atau notasi tertentu.

Berdasarkan hasil penelitian dapat diketahui bahwa tidak semua mahasiswa mampu berpikir probabilistik sampai pada level tertinggi atau level empat. Ketidakmampuan ini tidak hanya dialami oleh mahasiswa calon guru matematika saja tetapi juga dialami siswa-siswi pada tingkat sekolah menengah (Taram, 2017). Ketidakmampuan mahasiswa dalam mencapai level tertinggi berpikir probabilistik dapat dipengaruhi oleh penalaran ketika mahasiswa memahami suatu permasalahan (Batanero & Borovcnik, 2016).

Mahasiswa dengan level berpikir probabilistik tertinggi dapat menggunakan logika atau intuisi mereka secara lebih efektif (Dobrin & Shcherbatykh, 2021). Akibatnya, mereka dapat membuat kesimpulan yang tepat dalam waktu singkat ketika menyelesaikan masalah rumit dalam probabilistik. Oleh sebab itu penting bagi seorang pendidik untuk dapat mengidentifikasi level berpikir probabilistik mahasiswanya agar dapat merancang pembelajaran yang bisa mendukung mahasiswa untuk menaikkan level berpikir probabilistiknya karena mahasiswa calon guru matematika akan mengajarkan konsep-konsep probabilistik kepada para siswa.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan kepada mahasiswa calon guru matematika di atas, diperoleh kesimpulan bahwa level berpikir probabilistik mahasiswa dengan kemampuan matematika tinggi masuk dalam level 4. Mahasiswa tersebut dapat menyelesaikan soal tentang distribusi peluang gabungan secara numerik dengan menggunakan pola dan notasi tertentu untuk menentukan distribusi peluang gabungan. Mahasiswa pada level ini juga mampu menggunakan konsep secara tepat yang diwujudkan melalui perhitungan dengan kombinasi dan pemenuhan syarat-syarat yang terdapat pada definisi distribusi peluang gabungan dengan variabel random diskrit. Sedangkan mahasiswa dengan kemampuan matematika sedang masuk dalam level 2 karena mahasiswa tersebut hanya menentukan anggota ruang sampel tanpa dilanjutkan ke penentuan distribusi peluang gabungan. Mahasiswa pada level ini mampu menentukan anggota ruang sampel dengan menggunakan kombinasi berdasarkan pola yang dituliskan secara formal. Akan tetapi ia tidak dapat menentukan distribusi peluang gabungan berdasarkan definisi. Selanjutnya, mahasiswa dengan kemampuan matematika rendah masuk dalam level 1 karena ia menentukan anggota ruang sampel tanpa menggunakan pola tertentu. Mahasiswa pada level ini menentukan anggota ruang sampel dengan menuliskan satu per satu jenis buah yang mungkin terambil dalam suatu percobaan. Mahasiswa pada level ini juga tidak dapat menentukan distribusi peluang gabungan berdasarkan definisi.

Berdasarkan paparan hasil penelitian di atas, perlu dilakukan penelitian lanjutan yang membahas tentang karakteristik mahasiswa calon guru matematika yang masuk dalam level 3 (*quantitative informal*), karena pada penelitian ini belum ditemukan mahasiswa yang masuk pada level

tersebut. Hasil penelitian ini juga diharapkan dapat menjadi rujukan untuk penelitian lanjutan yang mengaji tentang perlakuan yang perlu diberikan kepada masing-masing mahasiswa berdasarkan level berpikirnya.

REFERENSI

- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Sense Publishers. <https://doi.org/10.1007/978-94-6300-624-8>
- Creswell, J. W. (2014). *Research design qualitative, quantitative, and mixed method approaches*. California, USA: SAGE Publications, Inc
- Dobrin, A. V., & Shcherbatykh, S. V. (2021). Distinctive features of executive functions among students with differing levels of probabilistic thinking style. *International Journal of Instruction*, 14(4), 223–240. <https://doi.org/10.29333/iji.2021.14414a>
- Groth, R. E., Austin, J. W., Naumann, M., & Rickards, M. (2019). Toward a theoretical structure to characterize early probabilistic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 33, 241-261. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00287-w>
- Hirsch, L. S., & O'Donnell, A. M. (2001). Representativeness in Statistical Reasoning: Identifying and Assessing Misconceptions. *Journal of Statistics Education*, 9(2). <https://doi.org/10.1080/10691898.2001.11910655>
- Hodiyanto, H., & Oktaviana, D. (2018). Proses berpikir probabilistik mahasiswa pendidikan matematika ditinjau dari gender di IKIP PGRI Pontianak. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, 6(2), 109. <https://doi.org/10.25273/jipm.v6i2.1963>
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(5), 487–519. <https://doi.org/10.2307/749771>
- Madawistama, S. T., Heryani, Y., & Kurniawan, D. (2022). Three zone learning concepts to improve mathematical proof of probability theory. *Jurnal Math Educator Nusantara: Wahana Publikasi Karya Tulis Ilmiah Di Bidang Pendidikan Matematika*, 8(1), 27–38. <https://doi.org/10.29407/jmen.v8i1.17004>
- Mahyudi. (2017). Proses Berpikir Probabilistik Siswa SMA dalam Mengkontruksi Konsep Permutasi dan Kombinasi. *Edumatica*, 07(01), 55–63.
- Nacarato, A. M., & Grando, R. C. (2014). The role of language in building probabilistic thinking. *Statistics Education Research Journal*, 13(2), 93–103
- Pfannkuch, M., Budgett, S., Fewster, R., Fitch, M., Pattenwise, S., Wild, C., & Ziedins, I. (2016). Probability modeling and thinking: What can we learn from practice? *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 11–37. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i2.238>
- Sari, D. I. (2015). Profil Berpikir Probabilistik Siswa Sekolah Dasar (SD) Berkemampuan Matematika Tinggi Dalam Menyelesaikan Tugas Probabilitas. *Seminar Nasional Matematika Dan Pendidikan*

Matematika UNY, 2, 1123–1130.

Shodiqin, A., Sukestiyarno, Y.L., Wardono. & Isnarto. (2021). Probabilistic Thinking Profile of Mathematics Teacher Candidates in Problem Solving based on Self-Regulated Learning. *European Journal of Educational Research*, 10(03), 1199-1213.

Taram, A. (2016). Proses Berpikir Probabilistik Mahasiswa S1 Pendidikan Biologi Jpmipa Fkip Uad Pada Pokok Bahasan Teori Probabilitas. *AdMathEdu : Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Ilmu Matematika Dan Matematika Terapan*, 6(1). <https://doi.org/10.12928/admathedu.v6i1.4757>

Taram, A. (2017). Probabilistic Thinking Ability of Students Viewed from Their Field Independent and Field Dependent Cognitive Style. The 3rd International Conference on Mathematics, Science and Education. *Journal of Physics: Conference Series*, 824 (012050). <http://iopscience.iop.org/1742-6596/824/1/012050>

Walpole. R. E. 1995. *Pengantar Statistika*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.