

Peranan Integral dan Diferensial Terhadap Kalkulus

Resmila Neldiana^{1✉}, Yulyanti Harisman²

^{1,2} Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Padang, Jl. Prof. Dr. Hamka, Kota Padang, Sumatera Barat, Indonesia
resmilaneldiana50@gmail.com

Abstract

Mathematics is a type of knowledge resulting from social and cultural interactions used as a thinking tool to solve problems. Mathematics includes various theorems, axioms, definitions, proofs, problems, solutions, and other types of knowledge. Calculus is one of the areas of mathematics that is very important and widely used in other fields of science. Studying changes that occur instantaneously is the basis of calculus. Calculus is divided into two main branches: integral calculus and differential calculus. This article aims to provide a good understanding of the basic concepts of differential and integral calculus, as well as the role of both, their history, their relationship, and their influence on the development of economics and science as a whole. This research uses the literature review method, where the researcher collects books, articles, journals, and websites related to the topic. This research uses document analysis instruments by assessing and collecting writings on the intended topic and other sources that discuss Integral and Differential. Data analysis was carried out with a quantitative approach. The results of this study contain the History of Integral and Differential and its influence on Education Science. The basic theorem of calculus connects these two ideas. This shows that integrals and differentials are the same part of mathematical analysis, not two different ideas.

Keywords: Calculus, Integral, Differential, Mathematics

Abstrak

Matematika merupakan jenis pengetahuan hasil interaksi sosial dan budaya yang dimanfaatkan sebagai alat berpikir untuk menyelesaikan masalah. Matematika mencakup berbagai teorema, aksioma, definisi, bukti, masalah, solusi, dan jenis pengetahuan lainnya. Kalkulus adalah salah satu bidang matematika yang sangat penting dan banyak digunakan dalam bidang ilmu pengetahuan lainnya. Mempelajari perubahan yang terjadi secara instan adalah dasar dari kalkulus. Kalkulus dibagi menjadi dua cabang utama: kalkulus integral dan kalkulus diferensial. Tujuan dari artikel ini adalah untuk memberikan pemahaman yang baik mengenai konsep dasar kalkulus diferensial dan integral, serta peran keduanya, sejarahnya, hubungan keduanya, dan pengaruhnya terhadap perkembangan ilmu ekonomi dan ilmu pengetahuan secara keseluruhan. Penelitian ini menggunakan metode tinjauan literatur dimana peneliti mengumpulkan buku-buku artikel, jurnal, dan website yang berkaitan dengan topik yang dimaksud. Penelitian ini menggunakan instrumen analisis dokumen dengan menilai dan mengumpulkan tulisan tentang topik yang dituju, serta sumber lain yang membahas mengenai Integral dan Diferensial. Analisis data dilakukan dengan pendekatan kuantitatif. Hasil dari penelitian ini berisi Sejarah Integral dan Diferensial, serta pengaruhnya pada Ilmu Pendidikan. Teorema dasar kalkulus yang menghubungkan kedua ide ini. Ini menunjukkan bahwa integral dan diferensial adalah bagian yang sama dari analisis matematis, bukan dua ide yang berbeda.

Kata kunci: Kalkulus, Integral, Diferensial, Matematika

Copyright (c) 2025 Resmila Neldiana, Yulyanti Harisman

✉ Corresponding author: Resmila Neldiana

Email Address: resmilaneldiana50@gmail.com (Jl. Prof. Dr. Hamka, Kota Padang, Sumatera Barat, Indonesia)

Received 25 May 2024, Accepted 20 October 2024, Published 26 October 2024

DoI: <https://doi.org/10.31004/cendekia.v9i1.3853>

PENDAHULUAN

Matematika telah ada sejak zaman kuno dan berkembang seiring dengan kebutuhan manusia untuk lebih memahami dunia luar (Kartasmita & Wahyudin, 2014). Mesir dan Babilonia menggunakan matematika dalam perdagangan, arsitektur, dan perhitungan astronomi (Ambarita et al., 2025). Kemudian, para filsuf Yunani seperti Pythagoras dan Euclid membuat teori-teori yang menjadi dasar matematika modern. Teori matematika semakin berkembang seiring waktu, termasuk munculnya kalkulus yang dikembangkan oleh Newton dan Leibniz (Susilawati, 2017).

Matematika, menurut (Hutauruk, 2018), adalah ilmu yang berasal dari budaya dan sosial yang berfungsi sebagai alat berpikir untuk menyelesaikan masalah. Matematika terdiri dari teorema, definisi, masalah, pembuktian, aksioma, dan solusi. Matematika diajarkan dari sekolah dasar hingga perguruan tinggi, menunjukkan bahwa itu adalah mata pelajaran yang penting untuk dipelajari. (Fitriani et al., 2022). Pembelajaran matematika membantu seseorang menjadi lebih inovatif, kritis, jujur, dan memiliki kemampuan untuk menggunakan matematika untuk menyelesaikan masalah pada aktivitas sehari-hari dan disiplin ilmu lainnya (Asa et al., 2023).

Matematika adalah ilmu teoritis tentang kuantitas, angka, dan ruang, baik sebagai konsep abstrak (matematika murni) maupun sebagaimana diterapkan disiplin ilmu lain (matematika terapan) (M. K. M. Nasution, 2017). Matematika adalah ilmu tentang struktur, keteraturan, dan hubungan yang telah berkembang dari praktik dasar menghitung, mengukur, dan mendeskripsikan bentuk objek. Matematika pada dasarnya berkaitan dengan penalaran logis dan kalkulasi kuantitatif, dan kemajuannya sudah mencakup kenaikan derajat idealisasi pokok bahasannya (Silaban, 2017). Matematika terbagi menjadi beberapa cabang, yaitu aljabar, aritmatika, geometri trigonometri, statistik, kalkulus, analisis, teori bilangan teori himpunan, topologi, dan probabilitas (Sumarni, 2015).

Mahasiswa tahun pertama biasanya diajarkan materi matematika tentang kalkulus karena konsep ini memiliki banyak aplikasi di berbagai bidang. Ini bukan hanya tentang pendidikan matematika; itu juga tentang menjadi calon pendidik yang akan mengajarkan dasar-dasar kalkulus di sekolah menengah atas dan memahami mata kuliah lanjutan seperti analisis (Larson, 2012). Kalkulus adalah cabang matematika yang sangat penting untuk dipelajari karena banyak manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari. Kalkulus merupakan bidang studi yang menyelidiki seperti apa hal-hal bisa berubah dan apakah perubahan tersebut berdampak (Sulistyorini & Napfiah, 2019).

Kalkulus adalah bidang yang sangat penting dan banyak digunakan dalam bidang lain, seperti sains dan teknologi, pertanian, kedokteran, ekonomi, dan sebagainya (Khaeril Muttaqin et al., 2023). Salah satu cabang matematika, kalkulus mencakup limit, turunan, integral, dan deret tak hingga (Rejeki, 2017). Mempelajari perubahan yang terjadi secara instan adalah dasar ilmu kalkulus. Kalkulus dapat dibagi menjadi dua cabang utama. Pertama kalkulus diferensial, yang mencakup fungsi, limit, dan kekontinuan, turunan, dan aturan menemukan turunan serta penggunaan turunan. Kedua kalkulus integral, yang mencakup penerapan integral tentu, garis besar materi dan kerangka anti turunan (derivatif), dan metode pengintegralan (Razali, M., 2021).

Istilah “diferensial” pada matematika berasal dari awal ilmu yang mengacu pada beberapa notasi atau konsep yang saling terhubung. Secara lebih terstruktur, sebutan ini mengacu pada perubahan infinitesimal atau turunan dari fungsi (Sardjono, 2020). Berbagai bidang matematika, termasuk kalkulus, geometri diferensial, geometri aljabar, serta topologi aljabar, menggunakan sebutan ini (Nugraheni, 2021). Dalam kalkulus, sebutan "diferensial" adalah terjemahan dari kata "*differential*" dalam bahasa Inggris dan digunakan secara tidak resmi menunjuk pada sebuah perubahan infinitesimal ("*infinitely small*", "sangat kecil") (Warokka, 2020). Sedangkan integral adalah versi kontinu dari

konsep penjumlahan, yang digunakan untuk menghitung luas, volume, dan banyak perumumannya. Dalam kalkulus, integral digunakan untuk menghitung luas area tertentu di bawah kurva fungsi. Integral juga disebut sebagai "kebalikan" dari operasi diferensial, dan juga disebut sebagai "anti turunan" (Alghifari Fikri, 2017). Secara sederhana, "integral" adalah jenis penjumlahan kontinu yang memiliki anti turunan (Salmina, 2024). Dalam kalkulus, diferensial dan integral saling melengkapi dalam analisis matematis, yang memungkinkan untuk memahami dan memecahkan berbagai masalah yang melibatkan perubahan dan akumulasi. Dalam perannya yang fundamental, integral dan diferensial memberikan kerangka kerja bagi banyak teori dan aplikasi dalam matematika modern (V.Zandy, B., & J. White, 2020).

Sangat penting bagi mahasiswa jurusan pendidikan matematika untuk mempelajari kedua konsep ini, terutama dalam konteks masa depan mereka sebagai calon guru (Isnaini, 2022). Dua pilar utama kalkulus adalah integral dan diferensial. Ini memberikan pemahaman yang mendalam tentang konsep matematika yang akan mereka ajarkan dan menjelaskan fenomena akumulasi dan perubahan (Silitonga & Ramadhani, 2023). Siswa dapat membuat metode pengajaran yang inovatif dan menarik dengan memahami kedua konsep ini (Ahmad et al., 2020). Ini akan membuat siswa merasa mudah untuk mengerti materi yang sering dianggap sulit. Selain itu, memahami aplikasi praktis dari integral dan diferensial dalam bidang seperti fisika, ekonomi, dan ilmu komputer membantu siswa menunjukkan bagaimana kalkulus berguna dalam kehidupan sehari-hari, yang dapat mendorong minat dan hasrat siswa untuk matematika (Nuraeni & Siregar, 2024).

Banyak orang kurang memahami pentingnya integral dan diferensial, terutama dalam konteks sejarah, serta hubungannya dengan kalkulus, dan aplikasinya dalam berbagai ilmu pengetahuan. Sejarah integral dan diferensial dimulai di zaman kuno, dengan matematikawan besar seperti Isaac Newton dan Gottfried Wilhelm Leibniz yang menghasilkan konsep dasar kalkulus secara mandiri. Namun, banyak orang yang tidak menyadari bahwa integral dan diferensial saling terkait dan bukan hanya alat matematis. Diferensial digunakan untuk menghitung laju perubahan, sementara integral digunakan untuk menghitung total atau akumulasi fungsi. Kedua digunakan dalam berbagai bidang, seperti teknik, fisika, dan ekonomi, di mana integral digunakan untuk menghitung area dibawah kurva dan diferensial untuk memeriksa tren dan optimasi.

Tidak banyak sumber informasi mengenai peranan integral dan diferensial terhadap kalkulus. Namun, salah satu tulisan dari Luci Keysa Putri Fasilia & Cahyo Hasanudin (29 Juni, 2024) yang berjudul "Teori Kalkulus : Pengantar Singkat Konsep Turunan dan Integral" berisi pengantar singkat tentang konsep dasar dalam teori kalkulus, dengan fokus khusus pada turunan dan integral. Meskipun begitu, pada tulisan tersebut tidak membahas tentang peranan integral dan diferensial terhadap kalkulus, hubungan antar keduanya, dan kontribusinya terhadap perkembangan ilmu.

Tujuan dari penelitian ini untuk memberi pembaca pemahaman yang lebih baik mengenai konsep dasar integral dan diferensial dalam kalkulus. Artikel ini menjelaskan peran keduanya, sejarahnya, hubungannya, dan pengaruh mereka terhadap perkembangan ekonomi dan ilmu

pengetahuan. Dengan penjelasan yang sistematis dan relevan, artikel ini diharapkan dapat meningkatkan pemahaman pembaca tentang pentingnya kalkulus dalam ilmu pengetahuan dan teknologi, serta mendorong minat belajar lebih lanjut mengenai aplikasinya dalam aktivitas sehari-hari dan berbagai bidang ilmu.

METODE

Dalam penelitian ini, peneliti mengumpulkan buku, artikel, jurnal, dan website yang berhubungan dengan subjek. Database akademik seperti Google Scholar menyediakan informasi ini. Rencana penelitian dimulai dengan kajian literatur. Kajian literatur berarti mencari dan membaca berbagai buku, jurnal, dan terbitan lain yang berkaitan dengan topik untuk menulis tentang satu topik atau masalah tertentu (Marzali, 2016).

Metode ini dilakukan dengan pengumpulan data, data dikumpulkan dari sumber-sumber terpercaya, seperti buku referensi kalkulus serta jurnal ilmiah terkait. Fokus utama pengumpulan data adalah pada konsep dasar integral dan diferensial, hubungan keduanya, sejarah integral dan diferensial, serta aplikasinya dalam berbagai bidang. Analisis dilakukan untuk menyusun informasi secara sistematis berdasarkan teori yang ada. Pendekatan deduktif digunakan untuk menjelaskan konsep integral dan diferensial, sedangkan pendekatan induktif diterapkan untuk menjelaskan aplikasinya dalam kehidupan nyata. Penelitian ini menggunakan instrumen analisis dokumen untuk menilai dan mengumpulkan tulisan tentang topik yang dituju, serta sumber lain yang membahas mengenai integral dan diferensial. Melalui analisis dokumen, peneliti dapat menemukan tema serta konsep penting yang membahas integral dan diferensial secara khusus. Penelitian ini disusun secara sistematis sesuai kisi-kisi yang telah dirancang, dimulai dari pendahuluan, konsep dasar hingga aplikasi. Bahasa yang digunakan bersifat akademis tetapi tetap komunikatif untuk menjangkau pembaca dari berbagai latar belakang.

HASIL DAN DISKUSI

Hasil Penelitian

Berdasarkan kajian literatur yang dilakukan, ditemukan bahwa integral dan diferensial telah berkembang sejak zaman kuno dan menjadi bagian integral dalam analisis matematis modern. Dalam matematika, integral biasanya disebut sebagai anti-diferensial, itu berarti integral adalah kebalikan dari turunan. Dalam matematika, integral maupun diferensial adalah komponen ilmu kalkulus (Masruroh, 2016). Sejarah menunjukkan bahwa Gottfried Wilhelm Leibniz, atau lebih dikenal sebagai Leibniz, adalah orang yang merintis dan mengemukakan gagasan diferensial dan integral di bidang matematika. Dia awalnya dikenal sebagai "Notasi Leibniz" untuk simbol integral seperti cacing berdiri (Lascano, 2018). Simbol integral " \int " berasal dari huruf awal nama Leibniz, "L", tetapi di masa lalu orang-orang menulis huruf "L" dengan cara luar biasa (Leibniz, 2007).

Dari abad pertama Masehi hingga abad kedua Masehi, matematika tela berkembang, dan terus

berkembang hingga hari ini. Dari Leibniz pada abad kedua Masehi hingga integral yang dikembangkan oleh Henstock-kurzweil di era modern (Lispika, 2022). Archimedes, ahli matematika Yunani dari Syracuse yang hidup pada tahun 287–212 SM, adalah orang yang tercatat pertama kali mengemukakan konsep integral. Ia menggunakan konsep ini untuk mencari luas area lingkaran, area yang terbatas oleh parabola, serta tali busur (Koshaev, Y. P. & Kushnarev, 2015). Karena karakteristik khusus matematika hitung integral, banyak ilmuwan, baik dalam bidang matematika maupun non-matematika, tertarik untuk mempelajari bagaimana hitung integral berkembang (Varberg, D., J, E., 2004).

Diferensial adalah konsep dan notasi yang berhubungan dengan turunan fungsi dan perubahan infinitesimal. Diferensial juga dapat berarti fungsi tambahan dari fungsi sebelumnya. Salah satu subdisiplin ilmu kalkulus adalah diferensial. Kalkulus, diambil dari kata Latin "*calculus*," yang berarti "batu kecil, yang dimanfaatkan untuk menghitung," adalah bagian matematika yang meliputi limit, turunan, integral, dan deret tak hingga. Diferensial dan integral merupakan dua cabang utama matematika, yang berhubungan satu sama lain melalui teorema dasar kalkulus (Hayati & Romdhini, 2012).

Kalkulus telah berkembang dari zaman kuno, periode pertengahan, dan era modern. Beberapa konsep tentang kalkulus integral muncul di masa lalu, tetapi secara tidak menyeluruh dan terstruktur (Ilham Maulana, 2021). Kalkulus integral melakukan perhitungan volume dan luas, seperti yang dapat dilihat pada Papyrus Moskwa Mesir dari tahun 1800 SM. Papyrus tersebut menunjukkan bahwa bangsa Mesir dapat mengetahui volume piramida terpancung. Mengembangkan ide ini, Archimedes membuat heuristic, mirip dengan kalkulus integral (Aliyev, N., & Mustafateva, 2022). Pada tahun 499, matematikawan India Aryabhata membahas kasus yang berkaitan dengan astronomi dalam bentuk persamaan diferensial dasar, menggunakan konsep kecil tak terhingga (Ummah, 2019). Pada abad ke-12, Bhāskara II menggunakan persamaan ini untuk mengembangkan turunan awal yang menunjukkan perubahan kecil tak hingga dan menjelaskan versi awal dari "Teorema Rolle" (Mehera, 2022).

Sekitar tahun 1000, ahli matematika Irak Alhazen adalah orang pertama yang mengeluarkan rumus untuk menghitung bilangan pangkat empat. Dia juga menghasilkan cara untuk mengurangi rumus umum dari hasil pangkat integral dengan menggunakan induksi matematika, yang berpengaruh untuk kemajuan kalkulus integral (Rashed, 2016). Pada tahun 1200, Sharaf al-Din al-Tusi dari Persia menemukan turunan dari fungsi kubik, yang merupakan kemajuan besar dalam kalkulus diferensial (Hamoud, 2024). Pada tahun 1400-an, Madhava, bersama matematika-astronom dari mazhab Kerala dan astronomi, menulis tentang kasus unik deret Taylor dalam teks *Yuktibhasa* (Singh, 2023). Penemuan independen pada zaman modern dibuat oleh matematikawan seperti Seki Kowa di Jepang pada awal abad ke-17 (Caliceti et al., 2007). Beberapa matematikawan Eropa, termasuk John Wallis dan Isaac Newton, merevolusi kalkulus. Pada tahun 1668, James Gregory membuktikan satu kasus khusus dari teorema dasar kalkulus (Gray, 2024).

Awalnya, Leibniz dituduh menyalin pekerjaan Isaac Newton yang tidak diterbitkan. Namun, saat ini diakui sebagai kontributor kalkulus yang menghasilkan karyanya sendiri (Look, 2008).

Dianggap sebagai penemu kalkulus secara terpisah, Leibniz dan Newton mendorong ide-ide ini bersama sebagai satu kesatuan. Sementara Leibniz membuat notasi kalkulus yang sekarang sering dipakai, Newton menggunakannya secara luas dalam bidang fisika (Damayanti et al., 2022). Timbul perdebatan antara matematikawan antara Newton dan Leibniz ketika mereka mempublikasikan temuan mereka untuk pertama kali. Mereka tidak setuju satu sama lain. Meskipun Newton menurunkan temuannya, Leibniz pertama kali mempublikasikannya (Meila et al., 2004). Newton menuduh Leibniz mencuri ide-idenya dari catatan yang tidak diterbitkan yang sering dipinjamkan Newton kepada beberapa anggota Royal Society. Penelitian mendalam mengungkapkan bahwa keduanya tidak bekerja bersama. Leibniz menggunakan integral dan Newton menggunakan turunan (Nur Dina Meylaila Khasanah & Febriana, 2024). Saat ini, baik Leibniz maupun Newton dihargai atas upaya mereka dalam memajukan kalkulus. Leibniz memberi nama ilmu cabang matematika ini sebagai kalkulus, sedangkan Newton menamainya "ilmu fluxions" (Khofifah, 2021).

Dalam kalkulus, konsep integral dan diferensial sangat penting (Hendra, 2021). Dalam situasi sederhana, integral membahas tentang kaitan antara dua variable jika diketahui laju perubahannya, diferensial mempelajari bagaimana sesuatu berubah dan akibatnya (Marsitin, 2013). Sementara integral mengacu pada dimensi atau nilai keseluruhan, contohnya panjang (jarak), luas area atau daerah, dan volume ruang, diferensial mengacu pada tingkat perubahan, seperti gradien garis singgung dan laju (Gorenflo & Mainardi, 2008). Teorema dasar kalkulus menghubungkan diferensial dan integral. Ini memperlihatkan cara menggunakan antiderivatif untuk menghitung integral tertentu jika fungsi laju perubahannya atau turunannya setara dengan fungsi yang diintegrasikan. Misalnya, mengintegrasikan kecepatan menciptakan jarak, yang memungkinkan suatu objek menghitung jarak yang ditempuhnya selama periode waktu tertentu (Tedy et al., 2023). Untuk menemukan antiderivative, beberapa kalkulus integral menggunakan derivasi formula. Kalkulus integral secara luas digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Kedua ide ini saling melengkapi; misalnya, kita dapat menganggap proses pengintegralan sebagai kebalikan dari proses diferensiasi (Hayati & Romdhini, 2012). Teorema dasar kalkulus menyatakan bahwa jika kita memiliki fungsi yang dapat diturunkan, maka integral dari turunan fungsi tersebut akan menghasilkan fungsi asli, ditambah konstanta. Ini menunjukkan bahwa integral dan diferensial tidak hanya terkait, tetapi juga merupakan dua sisi koin yang sama dalam analisis matematis (Santoso, 2024).

Diskusi

Penelitian ini menunjukkan bahwa pemahaman integral dan diferensial tidak hanya penting dalam dunia akademik, tetapi juga memiliki dampak. Diferensial memiliki peran signifikan dalam menganalisis perubahan. Dalam fisika, turunan digunakan untuk menghitung kecepatan dan percepatan, memberikan pemahaman mendalam tentang gerak benda (F. H. Nasution & Siregar, 2018). Diferensial juga digunakan untuk menentukan nilai maksimum atau minimum suatu fungsi, misalnya dalam desain produk atau analisis ekonomi untuk memaksimalkan keuntungan (Ediputra et al., 2024). Didi bidang teknik, diferensial membantu dalam analisis struktur dan dinamika, sementara di bidang

ekonomi, diferensial membantu memahami pola perubahan harga atau permintaan pasar (Al Hakim & Setyowisnu, 2021). Integral digunakan untuk menghitung akumulasi nilai dalam berbagai konteks, yaitu perhitungan luas dan volume, integral tentu digunakan untuk menghitung luas dibawah kurva atau volume benda putar, misalnya dalam desain arsitektur atau pembuatan wadah cairan (Monariska, 2019). Pada aplikasi fisika, integral memungkinkan perhitungan kerja dan energi dalam system mekanis. Misalnya, energi yang dibutuhkan untuk memindahkan suatu objek dapat dihitung dengan mengintegrasikan gaya terhadap jarak (Hamid, 2022). Pada pemodelan matematis, integral sering digunakan untuk memecahkan masalah kompleks, seperti menghitung distribusi populasi atau pola penyebaran penyakit (Susilo et al., 2019). Dalam kasus Dimana penyelesaian analitis sulit dilakukan, integral dan diferensial digunakan sebagai dasar metode numerik, seperti metode Euler atau Runge-Kutta, yang digunakan dalam simulasi ilmiah dan teknik (Pebralia, 2022).

Integral dan diferensial juga dapat diaplikasikan dalam kehidupan nyata, yaitu yang pertama dalam sains dan teknik. Dalam sains, diferensial digunakan untuk menganalisis gerak benda, misalnya menemukan posisi atau kecepatan suatu objek pada waktu tertentu (F. H. Nasution & Siregar, 2018). Integral, di sisi lain, membantu energi, momentum, atau luas permukaan benda yang tidak beraturan (Ummah, 2019). Di bidang teknik, kedua konsep ini digunakan dalam desain struktur, analisis material, dan prediksi dinamika sistem, seperti dalam perancangan kendaraan atau pesawat. Yang kedua dalam ekonomi dan keuangan. Dalam ekonomi diferensial membantu memodelkan perubahan harga dan menentukan titik optimal dalam produksi. Sebagai contoh, konsep *marginal cost* dan *marginal revenue* dalam teori ekonomi sangat bergantung pada turunan (Kustiawati et al., 2022). Dibiidang keuangan, integral digunakan untuk menghitung nilai ekpektasi atau probabilitas dalam analisis risiko, seperti dalam penetapan harga *derivative* keuangan. Yang ketiga dalam teknologi dan komputasi, di bidang teknologi, diferensial digunakan dalam *machine learning* untuk mengoptimalkan fungsi objektif, seperti meminimalkan kesalahan prediksi pada model. Integral, disisi lain, digunakan dalam simulasi fisik, seperti pencahayaan dalam grafis komputer atau perhitungan aliran cairan dalam pemrograman komputer (Sumarni, 2015).

KESIMPULAN

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa dua konsep penting dalam kalkulus, integral dan diferensial, memiliki peran yang penting dalam berbagai bidang ilmu. Salah satunya memungkinkan untuk menganalisis laju perubahan suatu fungsi, sedangkan yang lain membantu menghitung akumulasi nilai. Teorema dasar kalkulus menunjukkan bahwa kedua konsep ini saling melengkapi, memberikan fondasi yang kuat untuk analisis matematis dan memiliki aplikasi dalam ilmu teknik, ekonomi, fisika dan matematika.

Konsep integral dan diferensial telah diterapkan secara luas, tetapi masih ada banyak masalah untuk memahaminya, terutama dalam konteks pendidikan. Oleh karena itu, penelitian ini menyarankan pendekatan pembelajaran lebih interaktif dan aplikatif untuk membantu pelajar memahami kedua

konsep ini lebih baik. Penggunaan teknologi seperti simulasi berbasis komputer atau pendekatan berbasis masalah dapat membantu pelajar memaami konsep integral dan diferensial.

Penelitian lebih lanjut dapat berkonsentrasi pada bagaimana teknik pengajaran yang lebih inovatif dapat diterapkan secara efektif di berbagai tingkat pendidikan. Selain itu, mempelajari aplikasi penting dan unik dalam bidang yang lebih luas, seperti kecerdasan buatan dan analisis data, dapat memberikan pemahaman baru tentang pentingnya kalkulus dalam kemajuan teknologi saat ini.

UCAPAN TERIMA KASIH

Peneliti menyampaikan rasa syukur yang mendalam kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan karunia-Nya, sehingga penelitian ini dapat terselesaikan. Peneliti juga berterima kasih kepada seluruh pihak yang sudah memberikan bantuan, terutama kepada dosen pembimbing, yang telah memberikan dukungan secara langsung maupun tidak langsung.

REFERENSI

- Ahmad, A., Yusup, M., Interdiana, A., & Sari, C. (2020). *Penerapan Metode Pembelajaran Peer Teaching Kuliah Kalkulus*. 6(2), 1–12.
- Al Hakim, R. R., & Setyowisnu, G. E. (2021). Rancang Bangun Media Pembelajaran Matematika Berbasis Android pada Materi Kalkulus Diferensial. *Prosiding Seminar Pendidikan Matematika Dan Matematika*, 3(May 2021), 0–6. <https://doi.org/10.21831/pspmm.v3i0.133>
- Alghifari Fikri. (2017). *Definisi Integral*. X. <https://fikialghadari.files.wordpress.com/2017/07/definisi-integral4.pdf>
- Aliyev, N., & Mustafateva, Y. (2022). *From archimedes to powerative integral n.a. aliyev 1 , y.y. mustafateva 1 1*. 103–112.
- Ambarita, B., Enjelina, P., Gebryella, R., Enjelika, R., Seksagesimal, S. B., & Ilmiah, W. (2025). *PADA ZAMAN BABILONIA : KONTRIBUSI DAN*. 8, 2024–2031.
- Asa, E. M., Zulfikar, R. N., & Syarief, N. H. (2023). Pengembangan Modul Matematika Dengan Strategi Problem Solving Untuk Mengukur Tingkat Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis Siswa Di SMP Muhammadiyah Kupang. *MEGA: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 633–644. <https://doi.org/10.59098/mega.v4i2.1244>
- Caliceti, E., Meyer-Hermann, M., Ribeca, P., Surzhykov, A., & Jentschura, U. D. (2007). From useful algorithms for slowly convergent series to physical predictions based on divergent perturbative expansions. *Physics Reports*, 446(1–3), 1–96. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.03.003>
- Damayanti, E., Afandi, M. R., & Wanti, M. A. (2022). Sejarah Perkembangan Kalkulus oleh Isaac Newton dan Gottfried Leibniz. *Jurnal UNEJ*, 487–494.
- Ediputra, K., Matematika, P., Pahlawan, U., & Tambusai, T. (2024). *Menentukan Nilai Rata-rata Menggunakan Teorema Rolle*. 1(1), 1–4.
- Fitriani, Muliana M., A., & Yahya, A. (2022). Persepsi Siswa Smp Terhadap Pembelajaran

- Matematika Ditinjau Dari Perbedaan Gender Dan Disposisi Berpikir Kreatif Matematis. *Edutainment*, 10(2), 71–78. <https://doi.org/10.35438/e.v10i2.656>
- Gorenflo, R., & Mainardi, F. (2008). *Fractional Calculus: Integral and Differential Equations of Fractional Order* (Issue 378). <http://arxiv.org/abs/0805.3823>
- Gray, J. J. (2024). Newton and Leibniz. *Encyclopedia Britannica*. <https://www.britannica.com/science/mathematics/Newton-and-Leibniz>
- Hamid, A. (2022). *Matematika Untuk Fisika 2*. Syiah Kuala University Press.
- Hamoud, J. (2024). *Contributions of Arab Scientists to History of Graph Theory*. February.
- Hayati, L., & Romdhini, M. U. (2012). Kalkulus Diferensial Dan Integral Oleh Fermat. *Jurnal Pijar Mipa*, 7(1), 33–37. <https://doi.org/10.29303/jpm.v7i1.91>
- Hendra, K. et al. (2021). *Teori dan Aplikasi Kalkulus Dasar*. Yayasan Penerbit Muhammad Zaini.
- Hutauruk, L. (2018). Kemampuan Penalaran Matematika Siswa Pada Materi Spldv Dengan Menggunakan Budaya Khas Palembang Yang Berbasis Taksonomi Solo Superitem Siswa Kelas Ix. *Prosiding Seminar Nasional 21 Universitas Pgri Palembang*, 466–473.
- Ilham Maulana, F. (2021). Penerapan Turunan Dalam Menentukan Laba Maksimum Pada Industri Mebel Menggunakan Maple Application of Derivatives in Determining Maximum Profit in The Furniture Industry Using Maple. *Jurnal Matematika*, 20(2), 49–59.
- Isnaini, M. (2022). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Pertidaksamaan, Fungsi dan Limit pada Mata Kuliah Kalkulus. *Jurnal Amal Pendidikan*, 3(3), 234–241.
- Kartasmita, B. G., & Wahyudin. (2014). Matematika pada Awal Peradaban Manusia I. *Sejarah Dan Filsafat Matematika*, 1–47.
- Khaeril Muttaqin, A., Yahya, Y., & Irmayanti. (2023). Pemanfaatan Aplikasi Mathway dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus pada Mahasiswa Tadris Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Fakultas Tarbiyah Dan Ilmu Keguruan IAIM Sinjai*, 2, 63–70. <https://doi.org/10.47435/sentikjar.v2i0.1829>
- Khofifah, T. N. (2021). *SKRIPSI DERIVATIF – G DAN PENERAPANNYA PADA DERET TAYLOR DI KALKULUS – G* Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh derajat Sarjana Program Studi Matematika SURAT PERSETUJUAN SKRIPSI / TUGAS AKHIR.
- Koshaev, Y. P. & Kushnarev, R. J. (2015). ARCHIMEDES-THE FOUNDER OF INTEGRAL CALCULUS. *In Culture and Society: History and Present* (Pp. 250-254).
- Kustiawati, D., Aldytama Kurnianto, D., Nadhifatul Ulya, G., & Rahmadani, G. (2022). Penerapan Konsep Diferensial Dalam Elastisitas Permintaan Terhadap Strategi Promosi Dan Harga Jual Melalui E-Commerce. *SIBATIK JOURNAL: Jurnal Ilmiah Bidang Sosial, Ekonomi, Budaya, Teknologi, Dan Pendidikan*, 2(1), 211–222. <https://doi.org/10.54443/sibatik.v2i1.521>
- Larson, R. (2012). *College algebra and calculus: An applied approach*. Cengage Learning.
- Lascano, M. P. (2018). Gottfried Wilhelm Leibniz. *The History of Evil in the Early Modern Age: 1450-1700*, 219–234. <https://doi.org/10.5951/mt.26.3.0183>

- Leibniz, G. W. (2007). *The Leibniz-Des Bosses Correspondence*. Yale University Press.
- Lispika, L. (2022). Sejarah Perkembangan Matematika dalam Dunia Pendidikan. *Journal of Arts and Education*, 2(2), 126–130. <https://doi.org/10.33365/jae.v2i2.67>
- Look, B. C. (2008). *Gottfried Wilhelm Leibniz*.
- Marsitin, R. (2013). Dasar-Dasar Kalkulus. In *Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53, Issue 9).
- Marzali, A. (2016). Menulis kajian literatur. *Jurnal Etnografi Indonesia*.
- Masruroh, H. (2016). Penerapan metode Tutor Sebaya guna meningkatkan Pemahaman Siswa Kelas XII IPS MAN 1 Kota Mojokerto Tahun Pelajaran 2014/2015 tentang Konsep Integral Tak Tentu pada Mata Pelajaran Matematika. *Ta'dibia: Jurnal Ilmiah Pendidikan Agama Islam*, 6(2), 139–148.
- Mehera, C. (2022). *INFLUENCE OF VERSES OF L Ī L Ā VAT Ī WRITTEN BY BH Ā SKARA-II IN PRESENT INFLUENCE OF VERSES OF LĪLĀ VAT Ī WRITTEN BY BHĀ SKARA-II IN PRESENT SCHOOL MATHEMATICS*. March.
- Meila, O., Pontoan, Wahyudi, U., & Athika, P. (2004). *Sejarah Dan Filsafat Matematika*. 1–11.
- Monariska, E. (2019). Analisis kesulitan belajar mahasiswa pada materi integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 9–19. <https://doi.org/10.15575/ja.v5i1.4181>
- Nasution, F. H., & Siregar, D. A. (2018). Hubungan Pemahaman Konsep Matematika Berupa Diferensial Dan Integral Dengan Pemecahan Masalah Fisika. *Jurnal Education and Development*, 6(1), 110–113. <http://journal.ipts.ac.id/index.php/ED/article/view/673%0Ahttp://journal.ipts.ac.id/index.php/ED/article/download/673/234>
- Nasution, M. K. M. (2017). *Penguasaan Sains dan Teknologi*. May 2005. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.14186.00961>
- Nugraheni, N. (2021). Aliran Humanis dalam Filsafat Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 4(3), 393–396. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/>
- Nur Dina Meylaila Khasanah, & Febriana, R. (2024). Filosofi Kalkulus dalam Sejarah Matematika. *Absis: Mathematics Education Journal*, 6(1), 43–51. <https://doi.org/10.32585/absis.v6i1.4902>
- Nuraeni, R., & Siregar, H. M. (2024). *Eksplorasi Pembelajaran Kalkulus Integral dengan Menggunakan Teknologi*. 4, 83–94.
- Pebralia, J. (2022). *Metode Numerik Penerbit Cv.Eureka Media Aksara*.
- Rashed, R. (2016). Ibn Al-Haytham (Alhazen). *Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, 2289–2294. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7747-7_8645
- Razali, M., et al. (2021). *Kalkulus Diferensial: Edisi Revisi*. umsu press.
- Rejeki, S. (2017). Kontribusi Kemampuan Kalkulus I Dan Kalkulus Ii Terhadap Hasil Belajar Mata Kuliah Analisis Vektor. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1), 1.

- <https://doi.org/10.18592/jpm.v3i1.1178>
- Salmina, M. (2024). Analisis Kekeliruan dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus pada Mahasiswa Pendidikan Matematika. *Numeracy Journal*, 4(2), 62–70.
- Santoso, B. S. (2024). Penggunaan Teorema Dasar Kalkulus dalam Optimisasi Fungsi Multivariabel. *Jurnal Dunia Ilmu*, 4(6).
- Sardjono, D. (2020). *Persamaan Diferensial: Pengertian, Asal Mula dan Penyelesaian*. 1–37.
- Silaban, S. (2017). *Dasar-dasar pendidikan matematika dan ilmu pengetahuan alam* (Issue September 2017).
- Silitonga, R. H. Y., & Ramadhani, W. P. (2023). Hubungan Antara Hasil Belajar Kalkulus Diferensial Dan Integral Dengan Prestasi Belajar Kalkulus Lanjut Mahasiswa. *Pedagogy: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(2), 101–113.
- Singh, V. A. (2023). *India and the Calculus of Trigonometric Functions*. 3, 1–16. <http://arxiv.org/abs/2304.03684>
- Sulistiyorini, Y., & Napfiah, S. (2019). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Dalam Memecahkan Masalah Kalkulus. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 8(2), 279. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v8i2.1947>
- Sumarni, Y. (2015). Matematika Dalam Ilmu Manajemen. *Jurnal Equation*, 1(1), 11–24.
- Susilawati, W. (2017). Sejarah & Filsafat Matematika. In *CV. Insan Mandiri*.
- Susilo, B. E., Darhim, D., & Prabawanto, S. (2019). Kesulitan Belajar Mahasiswa pada Materi Aplikasi Integral untuk Luas Daerah dalam Perspektif Disposisi Matematis. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 10(1), 86–93. <https://doi.org/10.15294/kreano.v10i1.19373>
- Tedy, F., Batarius, P., & Mau, S. D. B. (2023). Tanggapan dan Persepsi Mahasiswa Terhadap Vidio Pembelajaran Materi Integral dan Diferensial Numerik. *Pi: Mathematics Education Journal*, 6(1), 46 – 55.
- Ummah, M. S. (2019a). Aplikasi Kalkulus-Integral dalam Fisika. In *Sustainability (Switzerland)* (Vol. 11, Issue 1). http://scioteca.caf.com/bitstream/handle/123456789/1091/RED2017-Eng-8ene.pdf?sequence=12&isAllowed=y%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.regsciurbeco.2008.06.005%0Ahttps://www.researchgate.net/publication/305320484_SISTEM_PEMBETUNGAN_TERPUSAT_STRATEGI_MELESTARI
- Ummah, M. S. (2019b). matematikawan india. In *Sustainability (Switzerland)* (Vol. 11, Issue 1). http://scioteca.caf.com/bitstream/handle/123456789/1091/RED2017-Eng-8ene.pdf?sequence=12&isAllowed=y%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.regsciurbeco.2008.06.005%0Ahttps://www.researchgate.net/publication/305320484_SISTEM_PEMBETUNGAN_TERPUSAT_STRATEGI_MELESTARI
- V.Zandy, B., & J. White, J. (2020). *Seri MAtematika Keterampilan Kalkulus*. Pakar Raya.
- Varberg, D., J. E., & P. (2004). *Kalkulus (1st ed.)*. Erlangga.
- Warokka, A. (2020). *MATEMATIKA KALKULUS*.